**INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN SIBIU**

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ**
**FAZA LOCALĂ, 14.02.2014**
**Clasa a VIII-a**

**1.** Se consideră expresia $E(x,y)=x^4+y^4+x^2+y^2+\sqrt{2}xy$.

**(3p) a)** Descompuneţi expresia în factori.

**(4p) b)** Dacă $x\cdot y=1$, demonstraţi că $E(x,y)\geq 4+\sqrt{2}$.

*Petru Vlad*

**2. (7p)** Fie $a,b,c$, numere reale pozitive cu $a\cdot b\cdot c=1$. Demonstraţi inegalitatea

$$\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}+\frac{1}{c+a}\leq\frac{a^2+b^2+c^2}{2}$$

*GM 9/2013*

**3.** Se dă cubul $ABCDA`B`C`D`$ cu muchia de lungime $a$. Punctele $M,N,P,M`,N`,P`$ sunt mijloacele muchiilor $[AD],[AB],[AA`],[B`C`],[D`C`]$, respectiv $[CC`]$

**(3p) a)** Calculaţi distanţa de la punctul A la planul $(MNP)$.

**(4p) b)** Calculaţi distanţa dintre planele $(PMN)$ şi $(P`M`N`)$.

*******

**4.** Se consideră $ABCD$ un romb cu diagonalele $AC=8cm, BD=6cm.$ În punctul $N$, mijlocul segmentului $AO, AC\cap BD=\{O\}$, se ridică perpendiculara $MN$ pe planul rombului, $MN=2\sqrt{3}cm$. Calculaţi:

**(3p) a)** Aria triunghiului $MBD$.

**(4p) b)** Distanţa de la punctul $M$ la latura $AD$.

*Gheorghe Floarea*

**Notă:** Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru: 3 ore.