Barem de corectare OLM Clasa a V-a, 2014

1. a) $2014 = 2 \cdot 19 \cdot 53$ .....**(1p)**

Se obţine că $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \ .... \ \cdot 53 \vdots 2014$ .....**(1p)**

Prin urmare, restul împărţirii numărului *x* la 2014 este 54 .....**(1p)**

b) $y = 1 + 4^1 + 4^2 \cdot \left(1 + 4 + 4^2\right) + 4^5 \cdot \left(1 + 4 + 4^2\right) + ... + 4^{2012} \cdot \left(1 + 4 + 4^2\right)$ .....**(1p)**

$y = 1 + 4^1 + 4^2 \cdot 21 + 4^5 \cdot 21 + ... + 4^{2012} \cdot 21$ .....**(1p)**

$y = 5 + 21 \cdot \left(4^2 + 4^5 + ... + 4^{2012}\right)$ .....**(1p)**

Împărţind numărul *y* la 21 obţinem câtul $4^2 + 4^5 + 4^8 + ... + 4^{2012}$ şi restul 5 .....**(1p)**

2. *Metoda comparaţiei:* prezentarea datelor sub forma schemei de mai jos ..... **(2p)**

Primul copil ..... 12 pixuri ..... 8 caiete ….. 8 creioane ..... 60 lei

Al doilea copil ..... 4 pixuri ..... 8 caiete ….. 2 creioane ..... 30 lei

Al treilea copil ..... 8 pixuri ..... 4 caiete ….. 6 creioane ..... 38 lei

Adunând obiectele cumpărate de ultimii 2 copii obţinem:

12 pixuri ..... 12 caiete ..... 8 creioane ..... 68 lei .....**(1p)**

$\Rightarrow$4 caiete costă 8 lei $\Rightarrow$ 1 caiet costă 2 lei .....**(1p)**

Avem 12 pixuri ..... 8 creioane ..... 60 – 8 · 2 = 44 lei

4 pixuri ..... 2 creioane ..... 30 – 8 · 2 = 14 lei | · 4 .....**(1p)**

$\Rightarrow$ 16 pixuri ..... 8 creioane ..... 56 lei $\Rightarrow$ 4 pixuri costă 56 – 44 = 12 lei

$\Rightarrow$ 1 pix costă 3 lei .....**(1p)**

$\Rightarrow$ 1 creion costă 1 leu .....**(1p)**

3. a) $u(2007^{2014}) = 9$ .....**(1p)**

$u(2008^{2013}) = 8$ .....**(1p)**

$u(2009^{2012}) = 1$ .....**(1p)**

$u(A) = 8 \Rightarrow A$ nu este pătrat perfect .....**(1p)**

b) $B = 2^{6n} \cdot (2^7 - 2^5 + 2^2)$ .....**(1p)**

$B = 2^{6n} \cdot 100 = 2^{6n} \cdot (1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3)$ .....**(1p)**

$B = (2^{2n})^3 + (2^{2n+1})^3 + (2^{2n} \cdot 3)^3 + (2^{2n+2})^3$ .....**(1p)**

4. Dacă $a \cdot \overline{bc} > b \cdot \overline{ac}$, atunci $a \cdot \overline{bc} - b \cdot \overline{ac} = 1$, de unde obţinem $c(a-b) = 1$..... **(1p)**

$\Rightarrow c = 1, b \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $a = b + 1$.....**(1,5p)**

Dacă $b \cdot \overline{ac} > a \cdot \overline{bc}$, atunci $b \cdot \overline{ac} - a \cdot \overline{bc} = 1$, de unde obţinem $c(b-a) = 1$.....**(1p)**

$\Rightarrow c = 1, a \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $b = a + 1$.....**(1,5p)**

$M = \{121,\ 211,\ 231,\ 321, 341, 431, 451, 541, 561, 651, 671, 761, 781, 871, 891, 981\}$ ..**(2p)**