COLEGIUL NAŢIONAL
**"ŞTEFAN CEL MARE"**
SUCEAVA

**CONCURSUL CENTRELOR DE EXCELENŢĂ**
**- 25 mai 2013 -**

**CLASA a VII-a**

**1.** Să se demonstreze că pentru orice $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2013$ are loc inegalitatea:
$\left(1-\frac{1}{2013^3}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{2014^3}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1-\frac{1}{n^3}\right) > \frac{2012}{2013}$.

***

**2.** a) Fie $x, y \in \mathbb{Q}_+^*$ astfel încât $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=1$. Arătaţi că $\sqrt{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}-\frac{4}{x+y}}$ este număr raţional.

b) Arătaţi că $\sqrt{3+\sqrt{5}}-\sqrt{2-\sqrt{3}}+\sqrt{2+\sqrt{3}}-\sqrt{3-\sqrt{5}}-2\sqrt{2}$ este un număr raţional.

*Ion Bursuc, Suceava*

**3.** În triunghiul $ABC$, $D \in (BC)$ astfel încât $AC = AD + DB$. Dacă $m(\sphericalangle ADB) = 80^0$ şi $m(\sphericalangle ACB) = 20^0$, determinaţi $m(\sphericalangle BAC)$.

*Mircea Lascu, Marius Stănean, Zalău*

**NOTĂ:** Timpul efectiv de lucru este de 2 ore şi 30 minute.
Pentru fiecare subiect se acordă de la 0 la 7 puncte.