**SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE-FILIALA CRAIOVA**
**COLEGIUL NAȚIONAL „FRAȚII BUZEȘTI” CRAIOVA**

**OLIMPIADA NAȚIONALĂ GAZETA MATEMATICĂ**
**Etapa I (Online)**
**20.02.2021**

# Clasa a IX-a

**1. (4 p)** Partea fracționară a numărului real $a = \frac{\sqrt{5}}{2} - 1$ , este :

a) $0{,}23$ ; b) $0{,}77$ ; c) $0{,}115$; d) $\frac{\sqrt{5}-2}{2}$ ; e) $0{,}65$ .

**2. (4 p)** Numărul situat la distanțe egale de $\frac{1}{3}$ și $\frac{1}{5}$ este:

a) $\frac{1}{2}$ ; b) ) $\frac{4}{15}$; c) ) $\frac{8}{31}$ ; d) $\frac{1}{4}$; e) $\frac{7}{37}$ .

**3.(4 p)** Patru termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice sunt $a, x, b, 2x$. Raportul $\frac{a}{b}$ este egal cu:

a) $\frac{1}{3}$ ; b) $\frac{1}{4}$; c) $\frac{1}{2}$; d) 2 ; e) $\frac{2}{3}$ .

**4.(4 p)** Suma $S = 1 + 2 + 3 + \ldots + n$, unde $n$ este număr natural nenul este egală cu:

a) $S = n$; b) $S = n + 1$ ; c) $S = \frac{n(n-1)}{2}$; d) $S = \frac{n(n+1)}{2}$; e) $S = \frac{n^2+2n}{n}$.

**5. (4 p)** Câte perechi de numere întregi $(a, b)$ satisfac ecuția $a + b = ab$?

a) 0; b) 1; c) 2; d) 3; e) 4.

**6. (4 p)** Care sunt ultimele două cifre ale sumei $1 + 2 + 3 + \cdots + 2019 + 2020$ ?

a) 15; b) 25 ; c) 00; d) 10; e) 05.

**7. (4 p)** Prima cifra zecimală a numărului $\sqrt{n^2 + n}$ , unde $n$ este natural nenul, este :

a) 5 ; b) 3; c) 4; d) 0; e)1.

**8. (4 p)** Domeniul maxim de definiție al funcției $f: D \to \mathbb{R}, f(x) = \frac{x+5}{3-x}$ este:

a) $\mathbb{R}$; b) $\emptyset$; c) $(3,\infty)$; d) $(-\infty,-3] \cup (3,\infty)$; e) $(-\infty,3) \cup (3,\infty)$.

**9.(4 p)** Dacă $|x| + x + 5y = 2$ și $|y| - y + x = 7$, atunci $x + y + 2021$ este egal cu:

a) 2019 ; b) 2024 ; c) 2021 ; d) 2020 ; e)2022 .

**10.(4 p)** În urmatoarele patru propoziții $a, b, c$ sunt numere întregi.
Dacă $a < b \Rightarrow a^2 < b^2$; Dacă $-a < 0$ este întotdeauna adevarată;;
$a^2 > 0$ este întotdeauna adevarată; Dacă $a\,c^2 < bc^2 \Rightarrow a < b$.
Câte dintre ele sunt adevărate?

a) 0 ; b) 1 ; c) 2 ; d) 3 ; e) 4 .

**11.(4 p)** Imaginea intervalului (2,∞) prin funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = |x - 2|+1$ este:

a) (0,∞); b) (1,∞); c) [0,∞); d) [1,∞); e) (-1,2).

**12.(4 p)** Se consideră predicatul $p(x,y)$: " $2xy + y - 2x = 8$", $x, y$ numere întregi nenule.
Stabiliți care dintre următoarele propoziții este adevărată:

a) $(\exists x)p(x,3)$; b) $(\forall x)p(x,-3)$; c) $(\exists x)(\exists y)p(x,y)$; d) $(\forall x)(\exists y)p(x,y)$; e) $(\exists x)\,(\forall y)p(x,y)$.

**13.(4 p)** Fie $ABC$ un triunghi și $M$ mijlocul laturii $BC$. Punctele $D$ și $E$ sunt simetrice față de $M$. Care dintre următoarele relații este întotdeauna adevărată :

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE}$; b) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AE}$; c ) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AC}$; d) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD}$; e) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DE}$.

**14.(4 p)** Dacă $M$ este un punct în planul triunghiului $ABC$ și $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{O}$, atunci $M$ este pentru triunghiul $ABC$:

a) ortocentrul; b) centrul cercului înscris; c) intersecția simedianelor; d) centrul cercului circumscris; e) centrul de greutate.

**15.(4 p)** Suma rădăcinilor reale ale ecuației $|x| + |x - 1| = 3$ este:

a) 0; b) 1 ; c) 2 ; d) 4; e) 3.

**16.(4 p)** Pentru orice $x$ real diferit de 1 și $n$ natural nenul,suma $1 + x + x^2 + \cdots + x^n$ este egală cu:

a) $\frac{1-x^n}{1-x}$; b) $nx^{n+1}$; c) $\frac{1-x^{n+1}}{1-x}$; d) $(n+1)x^{n-1}$; e) $\frac{1+x^{n+1}}{1+x}$.

**17.(4 p)** Pentru ce numere reale $x$ avem îndeplinite simultan condițiile: $|x| \leq 1$, $\frac{1}{x} \geq 1$?

a) $x \in [-1,1]$; b) $x < 1$; c) $x \leq -1$; d) $x \in [-1,1] \setminus \{0\}$; e) $x \in (0,1]$.

**18. (4 p)** Dacă $\sqrt{2x+y} + \sqrt{x^2 - 9} = 0$, atunci $y - x$ este :

a) -6; b) -9; c) 3 sau -3; d) -9 sau 9; e) 4.

**19. (3 p)** Fie $ABCD$ un pătrat cu $AB = \sqrt{2}$ și $\vec{v} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$. Atunci $|\vec{v}|$ este egal cu:

a) $\sqrt{8}$; b) $\sqrt{2}$; c) $3\sqrt{2}$; d) 4; e) $\sqrt{12}$

**20.(3 p)** Fie $ABC$ un triunghi, $M$ un punct în planul său și $\vec{v} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\,\overrightarrow{MC}$. Atunci:

a) $\vec{v} = 2\overrightarrow{AB}$; b) $\vec{v} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$; c) $\vec{v} = -\overrightarrow{BC}$; d) $\vec{v}$ nu depinde de $M$; e) $\vec{v} = \vec{O}$.

**21. (3 p)** Fie $ABC$ un triunghi și M un punct astfel încât $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \vec{O}$.
Atunci $\frac{\text{aria}\Delta ABM}{\text{aria }\Delta ABC}$ are valoarea:

a) $\frac{1}{4}$ ; b) $\frac{2}{3}$; c) $\frac{1}{2}$ ; d) $\frac{3}{4}$ ; e) 1.

**22. (3 p)** Numărul $n$ care verifica egalitatea $\sqrt{3^{n-4} + 3^{n-3} + 3^{n-2} + 3^{n-1} + 3^n} = 33$ este:

a) 6 ; b) 5 ; c) 7 ; d) 10 ; e) 8.

**23. (3 p)** Fie $ABC$ puncte distincte pe cercul de centru $O$ astfel încât $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC}$ .
Atunci $m(\sphericalangle AOB)$ este egală cu :

a) 60° ; b) 120° ; c) 150° ; d) 90° ; e) 75°.

**24. (3 p)** Fie $ABCD$ un patrulater cu proprietatea $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = \vec{0}$ . Atunci $ABCD$ este întotdeauna :

a) romb ; b) paralelogram; c) deltoid; d) dreptunghi ; e) trapez.

**Notă:**

- *Timp de lucru: 2 ore.*
- *Fiecare subiect are un singur răspuns corect.*
- *10 puncte din oficiu.*