

**Olimpiada de Matematică –etapa locală- Galați**

**16 februarie 2020**

**Clasa a V-a**

**Barem de evaluare**

- ◆ Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.
- ◆ Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

Nr. problemei	Soluție, rezolvare	Punctaj
1.	$\overline{abc} : 2, a \cdot b \cdot c \neq 0 \Rightarrow c$ poate lua una dintre valorile 2, 4, 6 sau 8.	2p
	În total 4 valori.	
	$a \cdot b \cdot c \neq 0 \Rightarrow a$ și $b$ pot lua, fiecare, una dintre valorile 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 sau 9.	2p
	<p>În total 9 valori posibile pentru <math>a</math> și 9 valori posibile pentru <math>b</math>.</p> <p>Aplicând regula produsului pot fi în total <math>9 \cdot 9 \cdot 4 = 324</math> numere de trei cifre cu proprietatea din enunț.</p>	2p 1p
2	<p><math>A = 7 + 97 + 997 + \dots + \underbrace{999\dots97}_{672 \text{ cifre}} + 2019</math></p> <p>Numărul A are 674 termeni.</p> <p>Dar <math>2019 : 673 = 3 \Rightarrow 2019 = \underbrace{3 + 3 + 3 + \dots + 3}_{673 \text{ termeni}}</math></p> <p>Așadar, asociem fiecărui termen din A termenul 3, cu excepția lui 2019;</p> $A = (7 + 3) + (97 + 3) + (997 + 3) + \dots + \left( \underbrace{999\dots97}_{672 \text{ cifre}} + 3 \right) \Rightarrow$ $A = 10 + 100 + 1000 + \dots + 1 \underbrace{000\dots00}_{673 \text{ zerouri}} \Rightarrow$ $A = \underbrace{111\dots110}_{673} \Rightarrow A : 10 \Rightarrow$ <p><math>A : 2, A : 5</math>, dar <math>\underbrace{111\dots11}_{673}</math> nu se divide nici cu 2 nici cu 5 <math>\Rightarrow</math></p> <p>A nu este pătrat perfect.</p>	1p 1p 1p 2p 2p

3.	$\overline{ab} : \overline{cd} = 1, \text{ rest } 1 \Rightarrow \overline{ab} = \overline{cd} \cdot 1 + 1; \overline{ab} = \overline{cd} + 1;$ $\overline{abc} : d = 22, \text{ rest } 3 \Rightarrow d > 3$ $\overline{abc} = 22d + 3; \overline{abc} = \overline{ab} \cdot 10 + c = (\overline{cd} + 1) \cdot 10 + c; (\overline{cd} + 1) \cdot 10 + c = 22d + 3;$ $100c + 10d + 10 + c = 22d + 3; 101c + 10d + 10 = 22d + 3;$ $101c + 10 = 12d + 3; 101c + 7 = 12d$ $d = 9, c = 1 \Rightarrow \overline{cd} = 19 \Rightarrow \overline{ab} = 20; \overline{abcd} = 2019$	<p>1p</p> <p>1p</p> <p>2p</p> <p>2p</p> <p>1p</p>
4	<p>Dacă <math>a</math> este număr prim <math>\Rightarrow a \geq 2 \Rightarrow 2^a \geq 4 \Rightarrow 2^a</math> este număr par.  <math>2 \cdot c, 6 \cdot d</math> și <math>56</math> sunt numere naturale pare <math>\Rightarrow 3 \cdot b</math> este par <math>\Rightarrow b</math> este număr natural par și prim <math>\Rightarrow b = 2</math>.</p> <p>Relația inițială devine <math>2^a + 3 \cdot 2 + 2 \cdot c + 6 \cdot d = 56 \Rightarrow 2^a + 2 \cdot c + 6 \cdot d = 50 (*)</math>  Împărțim ambii membri ai relației (*) la 2 <math>\Rightarrow 2^{a-1} + c + 3 \cdot d = 25</math>.</p> <p>Dacă <math>\Rightarrow a \geq 6 \Rightarrow 2^{a-1} \geq 32 \Rightarrow a \geq 6</math> nu convine <math>\Rightarrow a &lt; 6</math>. Dar <math>a</math> este număr prim prin urmare poate lua valorile 2, 3 sau 5.</p> <p><b>I) <math>a = 2</math></b>  Expresia devine <math>2 + c + 3 \cdot d = 25 \Rightarrow c + 3 \cdot d = 23</math>  <math>d \geq 8</math> nu convine <math>d \leq 7</math>, număr prim <math>d</math> poate lua valorile 2, 3, 5 sau 7.</p> <p>i) Dacă <math>d = 2</math> atunci <math>c + 6 = 23 \Rightarrow c = 17</math>  <b>Soluția (1)</b> este : <math>a = 2; b = 2; c = 17; d = 2</math></p> <p>ii) Dacă <math>d = 3</math> atunci <math>c + 9 = 23 \Rightarrow c = 14</math> - nu convine.  iii) Dacă <math>d = 5</math> atunci <math>c + 15 = 23 \Rightarrow c = 8</math> - nu convine.  iv) Dacă <math>d = 7</math> atunci <math>c + 21 = 23 \Rightarrow c = 2</math> convine.  <b>Soluția (2)</b> este : <math>a = 2; b = 2; c = 2; d = 7</math></p> <p><b>II) <math>a = 3</math></b>  Expresia devine <math>4 + c + 3 \cdot d = 25 \Rightarrow c + 3 \cdot d = 21 \Rightarrow c = 3 \cdot (21 - d) \Rightarrow c : 3</math>  Dar <math>c</math> este număr prim <math>\Rightarrow c = 3</math>.  Prin urmare <math>3 = 3 \cdot (7 - d) \Rightarrow 7 - d = 1 \Rightarrow d = 6</math> - nu convine.</p> <p><b>III) <math>a = 5</math></b>  Expresia devine <math>16 + c + 3 \cdot d = 25 \Rightarrow c + 3 \cdot d = 9 \Rightarrow c = 3 \cdot (3 - d) \Rightarrow c : 3</math>  Dar <math>c</math> este număr prim <math>\Rightarrow c = 3</math>.  Prin urmare <math>3 = 3 \cdot (3 - d) \Rightarrow 3 - d = 1 \Rightarrow d = 2</math> -</p> <p><b>Soluția (3)</b> este : <math>a = 5; b = 2; c = 3; d = 2</math></p>	<p>1p</p> <p>1p</p> <p>2p</p> <p>2p</p> <p>1p</p>