



Olimpiada de Matematică –etapa locală- Galați

19 februarie 2017

Clasa a VII-a

Problema 1.

Fie numerele:

$$a = 2 \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + 2017) \cdot \left(\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{2017 \cdot 2018} \right)$$

$$b = \sqrt{2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^{2017}}.$$

- Să se demonstreze că $\sqrt{a} \in \mathbb{N}$.
- Să se demonstreze că $b \in \mathbb{R} - \mathbb{Q}$.

Necula Carmen, profesor, Galați

Problema 2.

- Să se rezolve, în mulțimea numerelor raționale, ecuația:

$$\frac{x-5}{2017} + \frac{x-3}{2019} = \frac{x-2017}{5} + \frac{x-2019}{3}.$$

- Să se demonstreze că numărul $A = \underbrace{1111 \dots 111}_{2017 \text{ cifre de } 1} - 2017$ se divide cu 27.

Prelucrare Necula Carmen, profesor, Galați

Problema 3

În triunghiul ABC, $m(\sphericalangle ABC) = 90^\circ$, $[BC] \equiv [BA]$, $O \in (AC)$, $[AO] \equiv [OC]$, bisectoarea $\sphericalangle CAB$ intersectează OB în punctul N și pe BC în punctul P.

Să se demonstreze că $PC = 2 \cdot ON$.

Problemă selectată de Mihăilă Constantina, profesor, Galați

Problema 4.

Fie ABCD un pătrat, punctul M simetricul lui B față de A și $N \in (AC)$ astfel încât $m(\sphericalangle AMN) = 15^\circ$. Arătați că $MN = AC$.

G.M., 2016