Olimpiada de Matematică –etapa locală- Galaţi

19 februarie 2017

Clasa a XI-a

Problema 1.

Să se calculeze:

a) $\lim\limits_{n\to\infty}\left\{\sqrt{4\cdot n^2+n+1}\right\}$, unde prin $\{a\}$ s-a notat partea fracţionară a numărului real a.

b) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{b_n}$, unde $(a_n)_{n\geq1},(b_n)_{n\geq1}\subset\mathbb{N}$, astfel încât $\left(8+3\cdot\sqrt{7}\right)^n=a_n+b_n\cdot\sqrt{7}$, $(\forall)n\in\mathbb{N}^*$.

* * *

Problema 2.

Fie şirul $(x_n)_{n\geq1}$, definit prin $x_1>0$ şi $x_1+x_2+x_3+...+x_n=\ln x_{n+1}$, $n\geq1$.

Să se calculeze:

$a)$ $\lim\limits_{n\to\infty}x_n$;

$b)$ $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{x_{n+1}}{x_n}\right)^{\frac{1}{x_n}}$.

G.M., nr. 11, 2016

Problema 3.

Să se determine matricea $X\in M_2(\mathbb{Z})$ care verifică relaţia: $X^3=\begin{pmatrix}7&10\\-2&-3\end{pmatrix}$.

Mihai Totolici, profesor Galați

Problema 4.

a) Dacă $A\in M_n(\mathbb{C})$, $n\in\mathbb{N}^*$ şi rangA=1, atunci $A^2=(TrA)\cdot A$, unde TrA reprezintă suma elementelor de pe diagonala principală a matricei A.

b) Fie $n\in\mathbb{N}$, $n\geq2$ şi $A\in M_n(\mathbb{C})$, matrice nenulă cu detA=0. Să se demonstreze că $A+A^*=(TrA)\cdot I_n$ dacă şi numai dacă n=2.

Prelucrare, prof. Mihai Totolici, Galați

Notă: Toate problemele sunt obligatorii
Timp efectiv de lucru 3 ore
Fiecare problemă se notează cu puncte de la 0 la 7