Inspectoratul Şcolar al Judeţului Galaţi

Societatea de Ştiinţe Matematice din România **Colegiul Naţional „Vasile Alecsandri”**
Filiala Galaţi **str. Nicolae Bălcescu, nr. 41, Galaţi**

Concursul Interjudeţean de Matematică „Cristian S. Calude”
ediţia a XX -a
Galaţi, 2 noiembrie 2019

Clasa a VIII –a

Problema 1.

a) Fie $x, y \in \mathbb{R}$ astfel încât $x - y + 2 = 0$ și $y \in [2; 5]$. Arătați că:

$$\sqrt{x^2 + y^2 - 4y + 4} + \sqrt{x^2 + y^2 - 6x - 10y + 34} = 3\sqrt{2}.$$

prelucrare Laura Dumitriu, profesor, Galaţi

b) Fie $A_n = \sqrt{9n^2 + 4n}\,, n \in \mathbb{N}^*$. Pentru $n \geq 10$, să se determine primele două zecimale ale numărului A_n .

***

Problema 2.

a) Fie $a, b \in [0; 2]$. Demonstrați inegalitatea:

$$\frac{1}{a + b + 1} \leq 1 - \frac{a + b}{3} + \frac{2ab}{15}.$$

prelucrare Laura Dumitriu, profesor, Galaţi

b) Fie $ABCD$ un trapez cu $AB \parallel CD$ şi $CD = 2 \cdot AB$. În exteriorul trapezului construim triunghiurile echilaterale ΔADE și ΔCNZ, unde N este mijlocul segmentului $[CD]$. Dacă M este mijlocul segmentului $[BC]$, atunci demonstraţi că $m(\sphericalangle EMZ) = 90°$.

Babis Stergiou, Grecia

Problema 3.

Să se demonstreze că pentru orice n numere reale $a_1, a_2, \dots, a_n$ există un număr natural $k \leq n$, astfel încât fiecare dintre cele k numere

$$a_k, \frac{a_{k-1} + a_k}{2}, \frac{a_{k-2} + a_{k-1} + a_k}{3}, \dots, \frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_k}{k}$$

este cel mult egal cu $\frac{a_1+a_2+\cdots+a_n}{n}$**.**

***