

Inspectoratul Școlar al Județului Galați

Societatea de Științe Matematice din România  
Filiala Galați

Colegiul Național "Vasile Alecsandri"  
str. Nicolae Bălcescu, nr. 41, Galați

Concursul Interjudețean de Matematică "Cristian S. Calude"  
ediția a XIX-a  
Galați, 10 noiembrie 2018

Clasa a XI –a

**Problema 1.**

a) Fie matricea  $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 + \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & 1 + \sqrt{2} \end{pmatrix}$ . Să se calculeze  $A^{2018}$ .

b) Fie matricea  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ . Arătați că există  $X, Y \in M_3(\mathbb{R})$  astfel încât  $A = X^{2017} + Y^{2019}$ .

**Problemă selectată de prof. Veronica Grigore  
Colegiul Național „Vasile Alecsandri” Galați**

**Problema 2.**

a) Fie șirul  $(a_n)_{n \geq 1}$  un șir definit astfel:  $a_1 = 1$ ,  $a_{n+1} = 2a_n + \sqrt{3a_n^2 - 2}$ ,  $n \geq 1$ . Să se demonstreze că  $a_n \in \mathbb{N}$ ,  $\forall n \geq 1$ .

b) Să se arate că șirul de termen general  $a_n = \sqrt{2 + \sqrt[3]{3 + \sqrt[4]{4 + \dots + \sqrt[n]{n}}}}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 2$  este convergent și limita sa este cuprinsă între 1,9 și 2.

**Problemă selectată de prof. Veronica Grigore  
Colegiul Național „Vasile Alecsandri” Galați**

**Problema 3.**

a) Se consideră șirul  $(x_n)_{n \geq 1}$  definit astfel:  $x_1 = b$ ,  $x_{n+1} = \frac{x_n + \sqrt{2} - 1}{1 - x_n(\sqrt{2} - 1)}$ ,  $n \geq 1$  unde  $b \in \mathbb{R}$  este o constantă. Să se arate că șirul este periodic și să se calculeze perioada.

b) Să se studieze convergența șirului  $x_1 = \sqrt{1-a}$ ,  $x_{n+1} = \sqrt{1-x_n}$ ,  $n \geq 2$ , unde  $0 \leq a \leq 1$  este fixat.

**Problemă selectată de prof. Veronica Grigore  
Colegiul Național „Vasile Alecsandri” Galați**

**Notă. Toate subiectele sunt obligatorii.**

**Pentru fiecare subiect se acordă maximum 7 puncte.**

**Nu se acordă niciun punct din oficiu. Fiecare teză va fi evaluată cu un punctaj de la 0 la 21 puncte.**

**Timp de lucru: 2 ore 30 minute**

