

Concursul Interjudețean de Matematică „Cristian S. Calude”
ediția a XIX-a
Galați, 10 noiembrie 2018

Clasa a X-a

Problema 1.

Se consideră funcțiile $f_{m,n} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f_{m,n}(x) = \begin{cases} x^2 + 2 \cdot m \cdot x - m - 2, & \text{dacă } x \geq 1 \\ m \cdot x + n, & \text{dacă } x < 1 \end{cases}$,

unde m și n sunt parametri reali. Să se determine $m, n \in \mathbb{R}$ astfel încât funcția $f_{m,n}$ să fie:

- a) injectivă;
- b) surjectivă;
- c) bijectivă.

prelucrare Romeo Zamfir, profesor, Galați

Problema 2.

Într-un plan considerăm un sistem de coordonate xOy . Să se demonstreze că:

- a) nu există niciun tringhi echilateral care să aibă toate vârfurile cu ambele coordonate numere întregi;
- b) nu există niciun pentagon regulat care să aibă toate vârfurile cu ambele coordonate numere întregi

Problema 3.

Să se determine funcția $f : \mathbb{N}^* \rightarrow \mathbb{N}^*$ cu proprietățile:

- a) $f(1) = 1$
- b) $f(2 \cdot n) < 6 \cdot f(n)$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$
- c) $3 \cdot f(n) \cdot f(2 \cdot n + 1) = (3 \cdot f(n) + 1) \cdot f(2 \cdot n)$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

Problemele au fost selectate de profesorii **Vasile Popa** și **Romeo Zamfir**

