Inspectoratul Școlar al Județului Galați

Societatea de Științe Matematice din România
Filiala Galați

Colegiul Național ”Vasile Alecsandri”
str. Nicolae Bălcescu, nr. 41, Galați

Concursul Interjudețean de Matematică ”Cristian S. Calude”
ediția a XIX-a
Galați, 10 noiembrie 2018

Clasa a IX –a

BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE

Problema 1.

a) $\frac{x^3-y^3}{x-y}=x^2+x\cdot y+y^2\in\mathbb{Q}\Leftrightarrow(x-y)^2+3\cdot x\cdot y\in\mathbb{Q}\Rightarrow x\cdot y\in\mathbb{Q}$ ....1 punct

$(x-y)^2=x^2-2\cdot x\cdot y+y^2\Rightarrow x^2+y^2\in\mathbb{Q}$. ....1 punct

Finalizare $(x^2+y^2)\cdot(x^8+y^8)=x^{10}+y^{10}+x^2\cdot y^2\cdot(x^6+y^6)\Rightarrow x^{10}+y^{10}\in\mathbb{Q}$..........1 punct

b) Evident avem $x\in\mathbb{Z}$ și $y\in\mathbb{Z}$. ....1 punct

$\left[\frac{4\cdot x-1}{3}\right]=3$ ....1 punct

$x=3$ ....1 punct

$y=1$..1 punct

Problema 2.

a) $|a_1-a_2|=2\cdot|a_2-a_3|=3\cdot|a_3-a_4|=...=2018\cdot|a_{2018}-a_1|=x, x\geq 0$ ....1 punct

$a_1-a_2=\pm x$, $a_2-a_3=\pm\frac{x}{2}$, $a_3-a_4=\pm\frac{x}{3}$,...., $a_{2018}-a_1=\pm\frac{x}{2018}$ ....1 punct

$\pm 1\pm\frac{1}{2}\pm\frac{1}{3}\pm...\pm\frac{1}{2018}\neq 0$..1 punct

b) $\sum\frac{a}{p+b+c+d}=\sum\frac{a}{3p-a}=\sum\frac{a^2}{a\cdot(3p-a)}\geq\frac{\left(\sum a\right)^2}{\sum a(3p-a)}$ ....1 punct

$\frac{\left(\sum a\right)^2}{\sum a\cdot(3p-a)}=\frac{\left(\sum a\right)^2}{3\cdot p\cdot\sum a-\sum a^2}=\frac{\left(\sum a\right)^2}{6\cdot p^2-\sum a^2}$ ....1 punct

Demonstraţia pentru $\frac{\left(\sum a\right)^2}{6\cdot p^2-\sum a^2}\geq\frac{4}{5}$ (1) valorează 2 puncte după cum urmează:

$3\cdot\sum a^2\geq 2\cdot\sum a\cdot b$...1 punct

$(a-b)^2+(a-c)^2+(a-d)^2+(b-c)^2+(b-d)^2+(c-d)^2\geq 0$ ....1 punct

Problema 3.

$[OT]$ este linie mijlocie în triunghiul ΔCAN și $OT \parallel CD \parallel AB$ ....1 punct

Triunghiurile ΔABO și ΔAMT sunt asemenea ....1 punct

Patrulaterul $AMOT$ este inscriptibil ....1 punct

$ABCD$ este dreptunghi..1 punct

Relaţiile $16 \cdot AM^2 = 9 \cdot AB^2 + AD^2$; $4 \cdot AN^2 = AB^2 + 4 \cdot AD^2$; $16 \cdot MN^2 = AB^2 + 9 \cdot AD^2$ ....1 punct.

$AM^2 + MN^2 = AN^2$ și obţinem $AB = AD$ ....1 punct

Finalizare...1 punct