

Inspectoratul Școlar al Județului Galați

Societatea de Științe Matematice din România
Filiala Galați

Colegiul Național "Vasile Alecsandri"
str. Nicolae Bălcescu, nr. 41, Galați

Concursul Interjudețean de Matematică "Cristian S. Calude"
ediția a XVIII-a
Galați, 4 noiembrie 2017

Clasa a VIII-a

Problema 1.

a) Demonstrați că: $\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{n^2} < \frac{3}{4}, \forall n \in \mathbb{N}^*, n \geq 2$

b) Demonstrați că: $\sqrt{2} + \sqrt{6} + \sqrt{12} + \dots + \sqrt{n(n+1)} < \frac{n(n+2)}{2}, \forall n \in \mathbb{N}^*.$

* * *

Problema 2.

În triunghiul ABC , E și F sunt mijloacele laturilor AB , respectiv AC .

a) Dacă $BC > AB$, $BC > AC$ și bisectoarele unghiurilor B și C intersectează $[EF]$ în M și N , atunci să se demonstreze că $AB + AC = BC + 2MN$.

G.M. nr.1/1981

b) Dacă $O \in [EF]$, $BO \cap AC = \{P\}$ și $CO \cap AB = \{Q\}$, să se demonstreze că $A_{[PAQ]} = 2 \cdot A_{[POQ]}$.
unde $A_{[PAQ]}$ este aria triunghiului PAQ iar $A_{[POQ]}$ este aria triunghiului POQ .

G.M. nr.7/1963

Problema 3.

a) Stabiliți dacă există $x, y \in \mathbb{N}$, $x \leq 100$, $y \leq 100$ astfel încât:

$xy = 50x + 50y - 1009$. Justificați răspunsul!

b) În toate căsuțele unui tablou cu 100 linii și 100 coloane sunt scrise plusuri. Se convine să se schimbe concomitent semnele în toate căsuțele unei linii sau unei coloane. Se poate ca, efectuând aceste operații de mai multe ori, să se obțină un tablou în care să fie exact 2018 de minusuri. Justificați răspunsul!

Prelucrare Mariana Coadă