Inspectoratul Școlar al Județului Galați

Societatea de Științe Matematice din România
Filiala Galați

Colegiul Național ”Vasile Alecsandri”
str. Nicolae Bălcescu, nr. 41, Galați

Concursul Interjudețean de Matematică ”Cristian S. Calude”
ediția a XVIII-a
Galați, 4 noiembrie 2017

Clasa a XI -a

Problema 1.

Fie $(x_n)_n$ un șir de numere reale și considerăm subșirurile $(y_n)_n$, $(z_n)_n$, $(t_n)_n$, $(u_n)_n$ definite prin $y_n = x_{2\cdot n}$, $z_n = x_{3\cdot n}$, $t_n = x_{3\cdot n+1}$, $u_n = x_{3\cdot n+2}$, $\forall n \in \mathbb{N}$.

a) Arătaţi că dacă cele patru subșiruri sunt convergente, atunci șirul $(x_n)_n$ este convergent.

b) Decideţi dacă convergenţa a trei dintre subșiruri asigură convergenţa șirului $(x_n)_n$.

* * *

Problema 2.

a) Arătaţi că pentru orice număr complex z are loc inegalitatea: $|z|^2 + 2\cdot|z-1| \geq 1$.

G.M.

b) Numerele complexe u și v satisfac condiţiile $|u+v| = |u\cdot v+1|$ și $3\cdot|u+1|\cdot|v+1| = |u\cdot v+5\cdot(u+v)+1|$. Să se arate că $|u|+|v| = |u\cdot v|+1$.

Traian Tămâian, profesor,G.M.

Problema 3.

Să se determine toate funcţiile $f:\mathbb{Q}\to\mathbb{Q}$ cu proprietatea : $|f(x)-f(y)| \leq |x-y|^2, \forall x,y\in\mathbb{Q}$.

* * *