Inspectoratul Şcolar al Judeţului Galaţi
Societatea de Ştiinţe Matematice din România **Colegiul Naţional „Vasile Alecsandri”**
Filiala Galaţi **str. Nicolae Bălcescu, nr. 41, Galaţi**

Concursul Interjudeţean de Matematică „Cristian S. Calude”
ediţia a XVIII-a
Galaţi, 4 noiembrie, 2017

Clasa a X-a

Problema 1.

a) Considerăm triunghiul ABC și notăm cu $\mathcal{P}$ planul triunghiului. Pentru orice punct $M \in \mathcal{P}$ definim punctul $M' \in \mathcal{P}$ prin relația vectorială $\overrightarrow{MM'} = 7\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - 8\overrightarrow{MC}$.
Să se arate că există un punct fix $Q \in \mathcal{P}$ și un număr $\alpha \in \mathbb{R}$ astfel încât pentru orice $M \in \mathcal{P}$ punctele M, Q, M' sunt coliniare și $\overrightarrow{QM} = \alpha \cdot \overrightarrow{QM'}$.
Construiți Q și M' pentru $M \in \{A, B, C\}$.

b) Fie numerele $a, b, c \in (0,1)$ sau $a, b, c \in (1, +\infty)$ .Demonstrați inegalitatea:

$$\frac{1}{(log_b c + log_c a) \cdot log_a^3 b} + \frac{1}{(log_c a + log_a b) \cdot log_b^3 c} + \frac{1}{(log_a b + log_b c) \cdot log_c^3 a} \geq \frac{3}{2}$$

Iuliana Duma,profesor,Galați

Problema 2.

Să se determine funcțiile $f: \mathbb{Q} \to \mathbb{R}$ care verifică ecuația:

$$f(x+y) = f(x) + f(y) + xy(x+y) \ \forall \ x, y \in \mathbb{Q}$$

* * *

Problema 3

Fie x și y numere reale care verifică inegalitățile:

$$log_{11}(7^x + 4) < log_7(11^y - 4)$$

$$log_{23}(13^y + 10) > log_{13}(23^x - 10)$$

Să se compare x cu y .

* * *