Inspectoratul Școlar al Județului Galați

Societatea de Științe Matematice din România
Filiala Galați

Colegiul Național ”Vasile Alecsandri”
str. Nicolae Bălcescu, nr. 41, Galați

Concursul Interjudețean de Matematică ”Cristian S. Calude”
ediția a XVIII-a
Galați, 4 noiembrie 2017

Clasa a XII–a

BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE

Problema 1.

a) Obținerea relației $f_1\left(\left(3+\sqrt{7}\right)^n\cdot T_1\right)=f_1\left(-\left(3-\sqrt{7}\right)^n\cdot T_1\right)$ ....1 punct

Obținerea relației $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{f_1\left(\left(3+\sqrt{7}\right)^n\cdot T_1\right)}{f_2\left(\left(2+\sqrt{2}\right)^n\cdot T_2\right)}=\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{3-\sqrt{7}}{2-\sqrt{2}}\right)^n=0$ ....2 puncte

b) $f(x)=\begin{cases}\left(\dfrac{2017^x-1}{x}-\ln 2017\right)\sin^2\dfrac{1}{x} & ,\ x\neq 0\\ 0 & ,x=0\end{cases}+\left(\ln 2017\right)\cdot\begin{cases}\sin^2\dfrac{1}{x} & ,\ x\neq 0\\ b & ,\ x=0\end{cases}$ 1punct

Demonstrarea faptului că $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ g(x)=\begin{cases}\sin^2\dfrac{1}{x} & ,\ x\neq 0\\ b & ,\ x=0\end{cases}$ are primitive $\Leftrightarrow b=\dfrac{1}{2}$...2 puncte

Finalizare: $a=\dfrac{1}{2}\ln 2017$..1punct

Problema 2.

a) Obținerea relațiilor $y\cdot x^n=x^n\cdot y,\quad y\cdot x^{n+1}=x^{n+1}\cdot y$ ....1 punct

$x\cdot y\cdot x^n=y\cdot x^{n+1}$ si finalizare..2 puncte

b) Obținerea relațiilor $y^n\cdot x\cdot y\cdot x=x^2\cdot y^{n+1},\ y^{n+2}\cdot x\cdot y\cdot x=x^2\cdot y^{n+3}$ ....1 punct

Obținerea relației $x^2\cdot y^{2k}=y^{2k}\cdot x^2,\ \forall k\in\mathbb{N}$ ....1 punct

Analiza cazurilor n=par, repectiv n =impar...2 puncte

Problema 3.

Obținerea relației $A\cdot S=S,\ \forall A=A_i\in G, i\in\{1,2,...,k\}$ ....1 punct

Deducerea relației $S^2=k\cdot S$ ....1 punct

Obținerea rezultatului $\left(S-k\cdot I_n\right)^m=\left(-k\right)^{m-1}\cdot\left(S-k\cdot I_n\right),\ \forall m\in\mathbb{N}^*$ 1punct

Demonstrarea faptului ca $\lambda\in\{0\ ,\ k\}$, λ valoare proprie a matricei S.....................................2puncte

Obtinerea $\lambda_1=\lambda_2=...=\lambda_n=k$...1punct

$\left(S-kI_n\right)^n=O_n$ si finalizare.. 1 punct