Inspectoratul Şcolar al Judeţului Galaţi
Societatea de Ştiinţe Matematice din România **Colegiul Naţional „Vasile Alecsandri”**
Filiala Galaţi **str. Nicolae Bălcescu, nr. 41, Galaţi**

Concursul Interjudeţean de Matematică „Cristian S. Calude”
ediţia a XII-a
Galaţi, 05 noiembrie 2011

Clasa a XI-a

Problema 1..

Fie şirurile de numere reale:
$(x_n)_{n\geq 1},(y_n)_{n\geq 1},(z_n)_{n\geq 1}$ definite astfel:
$x_1=3, y_1=5, z_1=\frac{4}{7}$
$x_{n+1}=\frac{2x_n}{x_n^{\ 2}-1}, y_{n+1}=\frac{2y_n}{y_n^{\ 2}-1}, z_{n+1}=\frac{2z_n}{z_n^{\ 2}-1}$ pentru orice n natural, nenul, $n\geq 1$.
a) Justificaţi că şirurile de mai sus sunt corect construite.
b) Studiaţi convergenţa şi limita şirului $(t_n)_{n\geq 1}, unde\ t_n=\frac{1}{n}\cdot x_n\cdot\cos(2^{n-1}\cdot arctg 3), n\in\mathbb{N}^*$.
c) Există $n\in\mathbb{N}^*$ astfel încât: $x_n+y_n+z_n=0$?

Constantin Ursu, profesor, Galaţi

Problema 2

Se considera S_n mulţimea permutărilor definite pe $\{1,2,3,...,n\}, n\in\mathbb{N}^*, n>1$.
Se notează cu t_n numărul permutărilor $\sigma\in S_n$ ce au exact două inversiuni şi cu p_n numărul permutărilor $\sigma'\in S_n$ pentru care există un singur număr $i\in\{1,2,3,...,n-1\}$ astfel încât $\sigma'(i)>\sigma'(i+1)$.
Rezolvaţi în mulţimea numerelor naturale ecuaţia $p_n=2+t_n$.

Constantin Ursu, profesor, Galaţi

Problema 3

Fie punctul D situat în interiorul triunghiului $\triangle ABC$ astfel încât : $m(\sphericalangle ADB)=m(\sphericalangle ACB)+90^0$ şi $AC\cdot BD=AD\cdot BC$. Calculaţi valoarea raportului $\frac{AB\cdot CD}{AC\cdot BD}$.

Problemă selectată de Constantin Ursu, profesor, Galaţi