Inspectoratul Şcolar al Judeţului Galaţi
Societatea de Ştiinţe Matematice din România **Colegiul Naţional „Vasile Alecsandri”**
Filiala Galaţi **str. Nicolae Bălcescu, nr. 41, Galaţi**

Concursul Interjudeţean de Matematică „Cristian S. Calude” , ediţia a XII-a
Galaţi, 05 noiembrie 2011

Clasa a VII -a

SOLUŢII

Problema 1.

Soluţie. a) Din datele problemei, putem scrie :

$$\begin{cases} \dfrac{a}{2}=\dfrac{b+c}{14} \\ \dfrac{b}{5}=\dfrac{c+a}{11} \\ \dfrac{c}{9}=\dfrac{a+b}{7} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 14a=2b+2c \\ 11b=5c+5a \\ 7c=9a+9b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 14a-2b-2c=0 \\ -5a+11b-5c=0 \\ -9a-9b+7c=0 \end{cases}$$

. Din primele două ecuaţii, reducem termenii care îl conţin pe c :

$$\begin{cases} 14a-2b-2c=0 \\ -9a-9b+7c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 98a-14b-14c=0 \\ -18a-18b+14c=0 \end{cases} \Rightarrow 80a-32b=0 \Leftrightarrow 5a=2b,$$

deci, $a=2$ şi $b=5$, acestea fiind cele mai mici numere naturale nenule, care verifică egalitatea. Din una din ecuaţiile care-l conţin pe c, deducem $c=9$.

b) Fie x, numărul iniţial. Din datele problemei deducem că $p\neq 0$ şi, în plus :

$$x\left(1+\frac{p}{100}\right)=a_1;\quad x\left(1+\frac{p}{100}\right)\left(1-\frac{p}{100}\right)=a_2;\ x\left(1+\frac{p}{100}\right)^2\left(1-\frac{p}{100}\right)=1152 \qquad (1) \text{ şi}$$

:

$$x\left(1-\frac{p}{100}\right)=b_1;\quad x\left(1+\frac{p}{100}\right)\left(1-\frac{p}{100}\right)=b_2;\quad x\left(1+\frac{p}{100}\right)\left(1-\frac{p}{100}\right)^2=768 \qquad (2)$$

Împărţind egalităţile (1) şi (2), membru cu membru, obţinem :

$$\frac{1+\frac{p}{100}}{1-\frac{p}{100}}=\frac{1152}{768} \Leftrightarrow \quad p=20 \text{ şi apoi } x\left(1+\frac{20}{100}\right)^2\left(1-\frac{20}{100}\right)=1152 \Leftrightarrow x=1000.$$

Problema 2.

Soluție. a) $2007^{2011} = (8q-1)^{2011} = 8s-1 = 8t+7$

b) Orice număr întreg are una din formele : $8k, 8k \pm 1, 8k \pm 2, 8k \pm 3, 8k+4$

Pătratul său este de forma $8l, 8l+1, 8l+4$

Oricum am alege pătratele din membrul stâng al ecuației nu obținem un număr de forma $8t+7$. Înseamnă că ecuația nu are soluții in $\mathbb{Z}$

Problema 3.

Soluție. Fie $F \in (CA$ astfel ca $[CF] \equiv [CB]$ Avem: $m(\sphericalangle BFC) = 80^0$, $m(\sphericalangle DAC) = 80^0 \Rightarrow AD \parallel BF$ deci $[AF] \equiv [BD]$ (1)

De asemenea în ΔAFB avem $m(\sphericalangle FAB) = 50^0$ şi $m(\sphericalangle FBA) = 50^0 \Rightarrow [AF] \equiv [FB]$ (2)

Din (1) şi (2) avem că: $[BD] \equiv [FB] \equiv [EC]$.

Construim ΔFBM echilateral cu $M \in \text{int}(\Delta CFB)$.

(CM este bisectoarea unghiului $\sphericalangle C$ şi avem $m(\sphericalangle BCM) = 10^0$ şi $[FB] \equiv [MB] \equiv [EC]$ .Avem de asemenea $m(\sphericalangle MBC) = 20^0$.

Avem: $\Delta BMC \equiv \Delta CEB \begin{cases} [BM] \equiv [EC] \\ \sphericalangle MBC \equiv \sphericalangle ECB \ (L.U.L.) \\ [BC] \equiv [BC] \end{cases} \Rightarrow m(\sphericalangle EBC) = 10^0 \Rightarrow m(\sphericalangle BEA) = 30^0$ fiind unghi exterior ΔBEC .